

学校编码: 10384

分类号_____密级_____

学号: 19820101152809

UDC_____

厦 门 大 学

硕 士 学 位 论 文

斐波那契猫映射的经典与量子动力学研究

Classical and Quantum Dynamics in Fibonacci Cat Map

崔 嵬

指导教师姓名: 王 矫 教授

专 业 名 称: 理论物理

论文提交日期: 2013 年 6 月

论文答辩时间: 2013 年 6 月

学位授予日期: 2013年 月

答辩委员会主席: _____

评 阅 人: _____

2013 年 6 月

厦门大学博硕士论文摘要库

厦门大学学位论文原创性声明

本人呈交的学位论文是本人在导师指导下,独立完成的研究成果。本人在论文写作中参考其他个人或集体已经发表的研究成果,均在文中以适当方式明确标明,并符合法律规范和《厦门大学研究生学术活动规范(试行)》。

另外,该学位论文为()课题(组)的研究成果,获得()课题(组)经费或实验室的资助,在()实验室完成。(请在以上括号内填写课题或课题组负责人或实验室名称,未有此项声明内容的,可以不作特别声明。)

声明人(签名):

年 月 日

厦门大学博硕士论文摘要库

厦门大学学位论文著作权使用声明

本人同意厦门大学根据《中华人民共和国学位条例暂行实施办法》等规定保留和使用此学位论文，并向主管部门或其指定机构送交学位论文（包括纸质版和电子版），允许学位论文进入厦门大学图书馆及其数据库被查阅、借阅。本人同意厦门大学将学位论文加入全国博士、硕士学位论文共建单位数据库进行检索，将学位论文的标题和摘要汇编出版，采用影印、缩印或者其它方式合理复制学位论文。

本学位论文属于：

（ ） 1. 经厦门大学保密委员会审查核定的保密学位论文，
于 年 月 日解密，解密后适用上述授权。

（ ） 2. 不保密，适用上述授权。

（请在以上相应括号内打“√”或填上相应内容。保密学位论文应是已经厦门大学保密委员会审定过的学位论文，未经厦门大学保密委员会审定的学位论文均为公开学位论文。此声明栏不填写的，默认为公开学位论文，均适用上述授权。）

声明人（签名）：

年 月 日

厦门大学博硕士论文摘要库

摘 要

量子混沌是一门基础学科旨在探索经典混沌的量子表现。周期驱动系统在量子混沌研究中起着重要作用,经过三十多年广泛深入的研究,人们已在这类系统中发现了许多新现象,如动力学局域化,量子共振等。相比之下,人们对准周期驱动系统的了解显得较为有限,尽管对准周期驱动系统的研究也有着重要的理论意义和应用价值。周期驱动猫映射形式简单,在揭示混沌动力系统的系综运动规律方面起到了重要作用。然而,准周期驱动系统的系综运动性质却始终缺乏研究。本文构造斐波那契猫映射,并以此为例利用粗粒熵和维格纳函数研究准周期驱动系统的经典与量子动力学性质。

我们首先定义了一个更一般的周期驱动猫映射,计算了它的经典和量子粗粒熵随时间的演化,发现在弛豫阶段,经典和量子粗粒熵以同一种方式随时间增长,其增长率恰好等于系统的最大李亚普诺夫指数。达到平衡态后,经典粗粒熵保持不变,而量子粗粒熵则表现出一系列无规涨落。如果用粗粒熵的时间平均作为平衡态下量子涨落强度的度量,我们发现在周期猫映射中量子涨落正比与普朗克常数的一次方。其次,我们定义了斐波那契猫映射,发现它的粗粒熵和周期猫映射的粗粒熵有着类似的弛豫行为,而达到平衡态后,斐波那契猫映射的量子涨落正比与普朗克常数的平方,与在周期驱动猫映射中得到的结果有着定性的区别。利用遍历性假设,我们对该结果予以解释,推断其具有一般性及鲁棒性,并得到数值计算结果的验证。最后,我们计算了周期猫映射和斐波那契猫映射的粗粒密度分布和粗粒维格纳函数,进一步验证了有关粗粒熵的结果。

关键词: 量子混沌; 猫映射; 粗粒熵; 维格纳函数

厦门大学博硕士论文摘要库

Abstract

Quantum chaos, trying to investigate the quantum manifestations of classical chaos, is a fundamental subject in physics. Periodical driving system is one of the most important systems in quantum chaos. Through over thirty years' research, people have found many new phenomena in this system, e.g. dynamical localization, quantum resonant, etc. However, our knowledge concerning quasiperiodical driving system is still limited in spite of its theoretical importance and practical value. Due to the simple property, periodically driven cat map plays an important role in revealing the dynamical properties of classical and quantum ensembles. However, the properties of ensembles' motion in quasiperiodically driven system are still lack of research. In this thesis, we construct Fibonacci cat map as a representative and employ the coarse-grained entropy and Wigner function to study the classical and quantum dynamics of quasiperiodically driven system.

We first define a general periodically driven cat map and study the time evolution of its classical and quantum coarse-grained entropy. In the relaxation period, classical and quantum coarse-grained entropy increase with time in the same way and the increasing ratio equals the maximum Lyapunov exponent of the system. After attaining the equilibrium, classical coarse-grained entropy remains constant while its quantum counterpart exhibits a series of irregular fluctuations. If regarding time-averaged deviation of classical and quantum coarse-grained entropy as the measure of the quantum fluctuation, we found the quantum fluctuation in periodical driving cat map is proportional to the Plank constant. Furthermore, we define Fibonacci cat map and found its coarse-grained entropy has similar time behavior compared with periodically driven cat map. However, quantum fluctuation of quasi-periodical driving cat map is proportional to the square of plank constant which is different with the result of periodically driven cat

map. Using assumption of ergodicity, we explain this new scale and deduce that it should be general and robust. It is verified by the numerical results. Finally, the time evolution of coarse-grained density and Wigner function in both periodical and quasiperiodical driving cat map is also discussed.

Keywords: Quantum chaos; Cat map; Coarse-grained entropy; Wigner function

目 录

摘要	i
目录	v
第一章 绪论	1
1.1 混沌	1
1.2 量子混沌	3
1.3 准周期驱动系统	7
参考文献	10
第二章 周期驱动猫映射	11
2.1 模型定义	11
2.2.1 猫映射	11
2.2.2 周期猫映射	13
2.2 研究方法	14
2.2.1 特征函数	14
2.2.2 维格纳函数	15
2.2.3 粗粒熵	16
2.3 数值结果	17
2.2.1 粗粒熵	17
2.2.2 粗粒维格纳函数	20
2.4 疤痕	22
2.5 小结	24
参考文献	25
第三章 准周期驱动猫映射	27
3.1 斐波那契猫映射	27
3.2 粗粒熵	27

3.3	特征函数空间遍历性.....	29
3.4	粗粒化维格纳函数	31
3.5	小结.....	33
	参考文献.....	34
第四章 总结与展望		35
	参考文献.....	37

Contents

Abstract	Vii
1 Introduction.....	1
1.1 Chaos	1
1.2 Quantum chaos	3
1.3 Quasiperiodical driving system	7
References	10
2 Periodical driving cat map.....	11
2.1 Model	11
2.2.1 Cat map	11
2.2.2 Periodical cat map.....	13
2.2 Background.....	14
2.2.1 Characteristic function	14
2.2.2 Wigner function	15
2.2.3 Coarse-grained entropy	16
2.3 Numerical results.....	17
2.2.1 Coarse-grained entropy.....	17
2.2.2 Coarse-grained Wigner function.....	20
2.4 Scars.....	22
2.5 Summary	24
References	25
3 Quasiperiodical driving cat map	27
3.1 Fibonacci cat map.....	27
3.2 Coarse-grained entropy	27
3.3 Ergodicity.....	29
3.4 Coarse-grained Wigner function	31
3.5 Summary	33

References	34
4 Conclusion and prospect	35
References	37

厦门大学博士论文摘要库

第一章 绪论

1.1 混沌

在非线性科学中，混沌指的是一种确定的但不可预测的运动形式[1-3]。它和纯粹的随机运动很相似，即都不可预测。但和随机运动不同的是，混沌运动在动力学上是确定的，它的不可预测性来源于运动的不稳定性。或者说混沌系统对无限小的初值变动和微扰也具有敏感性，无论多小的扰动在长时间以后，也会使系统彻底偏离原来的演化方向。进一步研究表明，混沌是非线性动力系统的固有特性，普遍的存在于我们的生活中。

关于混沌的研究早在 19 世纪末就开始了[1]。1887 年，瑞士国王奥斯卡二世悬赏 2500 克朗征求天文学中的一个重要问题，太阳系是否稳定的答案。1888 年，庞加莱提交了著名的论文《关于三体问题的动态方程》。在这篇文章中，他发展了许多新的数学工具，详细的研究了三体系统轨道的性质。他发现在系统的同宿轨道或者异宿轨道附近，方程解的情况会非常复杂，以至于对于给定的初始条件，轨道的最终状态是无法预测的。这就是混沌，庞加莱也被认为是认识到存在确定性的混沌的第一位科学家。

混沌真正引起大家的关注是在 20 世纪 60 年代，随着电子计算机的兴起，科学家们可以利用数值方法来研究用解析方法无法求解的复杂微分方程组的解的性质。1961 年，气象学家洛伦兹(E. Lorenz) 为了研究天气变化，提出了如下的洛伦兹方程[1-2]

$$\begin{cases} \dot{X} = -\sigma(X - Y) \\ \dot{Y} = rX - Y - XZ \\ \dot{Z} = -bZ + XY \end{cases} \quad (1.1)$$

利用计算机，他发现这个方程对初始条件十分敏感。1963 年，洛伦兹根据计算结果发表了著名的论文《确定性的非周期流》，它使人们认识到确定性的东西也可以是不可预测的。从此确定性的混沌开始引起了全世界的关注，它被认为是自相对论，量子力学之后，20 世纪物理学最大的进展，改变了人们的对自然界的根本认识。

另一类重要的系统是保相空间体积的哈密顿系统[2-3]，它可以分为只有规

则运动的可积系统, 只有不规则运动的强混沌系统和即有规则运动又有不规则运动的混合系统。按照古兹维勒(M. Gutzwiller)的说法[4], 后两类系统分别叫做硬混沌系统和软混沌系统。硬混沌系统往往具有比较简单的性质, 适合用来研究一些复杂的理论问题, 后文中提到的很多量子混沌的重要结果都是首先在这类系统中发现的。数学家阿诺德(V. Arnold)于1976年提出的阿诺德猫映射[5]就是一个典型的硬混沌系统。

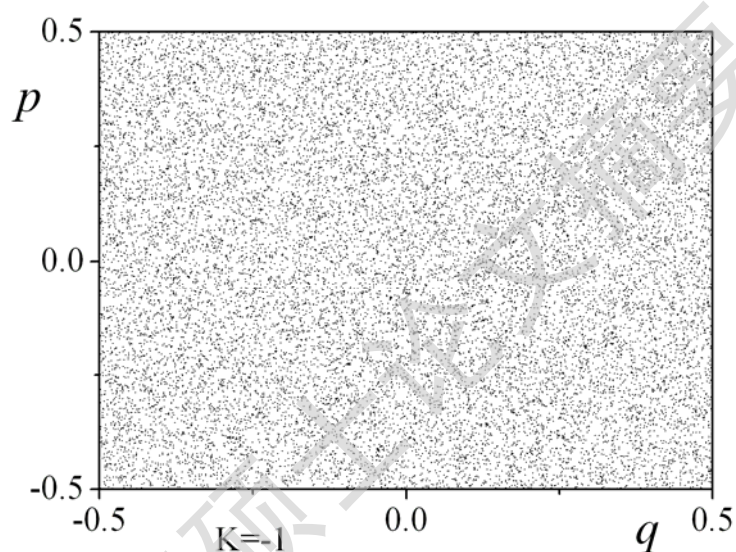


图 1.1 阿诺德猫映射的一条轨道。

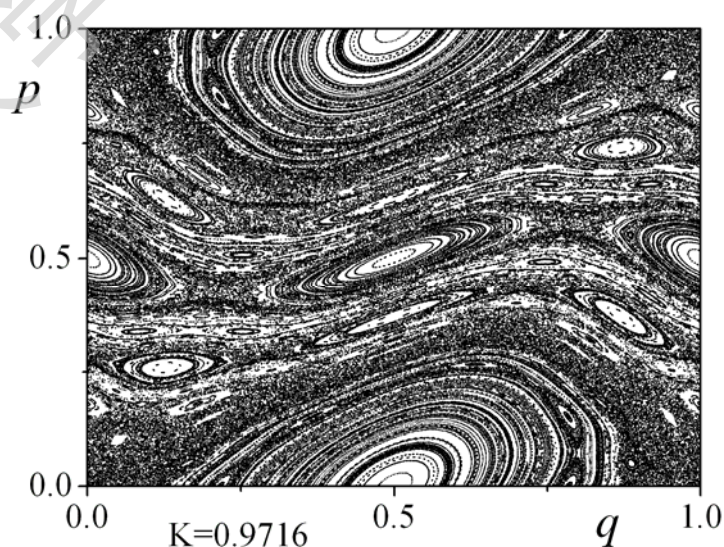


图 1.2 标准映射的相空间结构。

Degree papers are in the "[Xiamen University Electronic Theses and Dissertations Database](#)". Full texts are available in the following ways:

1. If your library is a CALIS member libraries, please log on <http://etd.calis.edu.cn/> and submit requests online, or consult the interlibrary loan department in your library.
2. For users of non-CALIS member libraries, please mail to etd@xmu.edu.cn for delivery details.

厦门大学博硕士论文摘要库